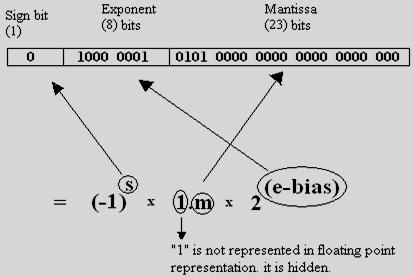
**BÁO CÁO POSTER CHAPTER 23**

**1.Tóm tắt đề tài (Summary)**

Đề tài dựa trên một hiện tượng quen thuộc trong việc làm tròn các kết quả tính toán các số hằng ngày: Hãy xem xét một máy tính số học dấu phẩy động thập phân trên các số không đơn dạng hóa có ba chữ số có nghĩa. Giả sử việc làm tròn được thực hiện cho các số dương bằng cách thêm 5 vào chữ số có nghĩa thứ tư, sau đó cắt bớt kết quả thành ba chữ số có nghĩa. Nếu z = 400 và y = 3,5 thì ta tìm được z y = 404, (x y)y= 401, ((x y) y) y = 405, v.v. phép cộng và phép trừ y lặp đi lặp lại sẽ làm tăng giá trị đều đặn. Hiện tượng này được gọi là sự sai lệch, và nó được gây ra bởi sự thiên về + trong quy tắc làm tròn. Đề tài này của chúng em sẽ trình bày một bằng chứng rằng các hình thức "không lệch" khác nhau của việc làm tròn, được gọi là stable rounding (làm tròn ổn định), sẽ loại bỏ hiện tượng lệch.

**2. Cấu trúc của floating-point number**

Trước hết, chúng ta sẽ xem xét các số có dấu phẩy động z với p chữ số có nghĩa trong cơ số b, và chúng ta viết z= f (z).be(z) trong đó e (z) là phần mũ và f (z) là phần phân số. Nếu z 0, chúng ta giả sử rằng 1> |f(z)| 1/b, và f (z).bp là một số nguyên; ngược lại, 0 và tất cả các số như vậy là số dấu phẩy động và đây là biểu diễn của một số thực có dấu phẩy động trong máy tính



**3. Phương thức tiến hành nghiên cứu (Method)**

Tổng dấu phẩy động của hai số dấu phẩy động và y được xác định theo quy tắc xy = round (x + y) và nó được cho là *chính xác* nếu x= x + y. Chênh lệch dấu phẩy động được định nghĩa tương tự với xy = round (z - y).

Chúng ta có thể giả định rằng x là dương, vì tất cả các đối số của chúng ta sẽ hợp lệ đối với phủ định x bằng cách thay đổi các dấu hiệu thích hợp; lưu ý rằng dấu phẩy động được xác định ở trên là đối xứng về không. Phân tích bao gồm một danh sách các trường hợp đặc biệt hơi tẻ nhạt, mặc dù đã có đủ đơn giản hóa để giữ cho tổng số khả năng xảy ra trong phạm vi của các giá trị của lỗi làm tròn. Đối với mỗi phép cộng và phép trừ, chúng ta sẽ xem xét sự liên kết tương đối của các toán hạng và kết quả; và với mỗi liên kết, chúng ta cần xem xét sự đa dạng giá trị của lỗi làm tròn cho đến khi đạt đến trường hợp rõ ràng rằng w có thể hoặc không thể bằng w '.

Với sự hiểu biết này, chúng em đã tổng hợp được một số trường hợp như sơ đồ sau:

**Case I:**

**Case II:**

Trường hợp 1 xảy ra khi số mũ của y lớn hơn số mũ của x gồm 2 trường hợp nhỏ là c bé hơn bằng 0 và c=1. Với c bé hơn bằng 0 thì **, v**ì thế, W –Y = X-R có nhiều nhất (p+1) –(d+c) chữ số có nghĩa, và wy = w-y. Với c=1 thì **,** Theo đó wy là chính xác, vì W - Y có nhiều nhất (p + 1) –d ≤ p chữ số có nghĩa.

Trường hợp 2 xảy ra khi số mũ của x lớn hơn số mũ của y, gồm nhiều trường hợp có phân tích phức tạp nhưng chung quy lại được chia thành 4 trường hợp nhỏ c bé hơn bằng -2, c=-1, c=0 và c=1. Khi c bé hơn bằng -2 thì

. Khi c=-1 thì

Khi c =0 thì

Khi c=1 thì lại phân thành hai trường hợp nhỏ khác là Khi đó |X - X '| = |R + S | ≤bd-1 + bd <bd nên x=x'

Và  **,** lúc này | R '| ≤ bd+1 và |W - W '| = | S + R '| <bd +1, do đó w '= w

**4. Những kết quả được chứng minh (Previous Results)**

David Matula [5] đã chỉ ra rằng trong các điều kiện thích hợp, phép chuyển đổi từ thập phân động sang nhị phân có sai lệch và ngược lại sẽ là phép biến đổi nhận dạng, sử dụng hàm cổ điển round () - phương pháp này xử lý các trường hợp không rõ ràng bằng cách làm tròn số 0. Có lẽ kết quả tương tự cũng sẽ được giữ với việc làm tròn số ổn định; và có thể thu được các kết quả tương tự đối với cấp số nhân theo sau là nhịp log, v.v. Phân tích trường hợp của chúng tôi khá dài, và nó sẽ rất vui khi khám phá ra một cách tiếp cận cấp cao hơn sẽ thiết lập danh tính f (f (x)) = f (x), trong đó f (x) = round (g - ¹ (round (g (x))) ), cho một lớp lớn các hàm đơn điệu liên tục g (.). Phân tích ở trên chỉ áp dụng cho trường hợp g (x) = x + y, khi y là một số thực có dấu phẩy động.

Lịch sử của việc làm tròn ổn định khá thú vị, mặc dù chúng tôi không chắc mình đã truy tìm nguồn gốc của nó. Tài liệu tham khảo sớm nhất mà chúng tôi có thể tìm thấy là trong ấn bản đầu tiên (năm 1930) của luận thuyết kinh điển của Scarborough về phân tích số [7, trang 2]. Scarborough trình bày quy tắc làm tròn đến chẵn cho các phép tính số thập phân thực, không có bình luận hoặc tham chiếu đến bất kỳ nguồn nào.

**5. Kết luận (Conclutions)**

Phân tích trường hợp đã hoàn tất và nó cho thấy rằng một quy tắc làm tròn chung như được mô tả ở trên sẽ tạo ra w = w 'ngoại trừ trong bốn trường hợp. Không có trường hợp nào có thể xảy ra khi cơ số b là lẻ, do đó chúng ta có thể giả sử rằng b là chẵn.

Tuy nhiên lưu ý rằng sẽ có trường hợp xảy ra với w≠w' bất kể quy tắc làm tròn ổn định nào được chọn. Vì vậy, chúng tôi đã chứng minh các kết quả sau đây.

**Định lý 1**. Nếu sử dụng làm tròn ổn định, (((x y)y) y)y = (x y)y với mọi số thực có dấu phẩy động x và y như các phép toán đã được xác định

**Định lý 2**. Tồn tại x và y sao cho (x y)y y ≠ x y bất kể những quy tắc làm tròn nào được áp dụng, khi cơ số là chẵn. Một dạng yếu hơn một chút của Định lý 1 đã được phát biểu bởi Kahan (2, Chương 3], với bằng chứng để lại cho người đọc, và chính nhận xét của ông đã làm mất đi kết quả điều tra hiện tại. Kahan đã đề cập đến việc làm tròn ổn định